Calcul des efforts et déplacements dans les groupes de pieux : le programme Goupil

Eric DEGNY
Ingénieur TPE
Docteur-ingénieur

Jean-Claude ROMAGNY
Technicien supérieur

Section des fondations
Division Géotechnique - Mécanique des sols
Laboratoire central des Ponts et Chaussées

RÉSUMÉ

On présente ici l'analyse théorique et les possibilités du programme Goupil de calcul de la réponse d'un groupe de pieux soumis à des sollicitations tridimensionnelles en un point de son chevêtre et à des déplacements de sol de direction quelconque. Les pieux sont supposés liés par un chevêtre rigide.

La méthode utilisée est fondée sur les équations générales de la RDM issues de l'équilibre d'un tronçon infinitésimal de pieu soumis en chacune de ses extrémités à un torseur de force, appelé torseur des efforts de la résistance des matériaux, ainsi qu'à des chargements répartis sur sa longueur. Ces équations sont simplifiées au cas de faible courbure.

La généralisation au cas tridimensionnel de la notion de matrice-transfert et de vecteur d'état permet de définir la notion d'éléments de rigidité en tête de chaque pieu et conduit alors au calcul de la réponse au centre du chevêtre par la résolution d'un système de dimension 6 × 6, cela quelle que soit la complexité du groupe de pieux considéré. L'algorithme général du programme est donné.

La notion de chargement de « courte durée » s'ajoutant à un chargement « permanent » est étudiée. L'analyse théorique décrite est valable dans le cas général d'un comportement non linéaire du sol.

Un exemple de calcul d'un groupe de pieux sous sollicitation permanente est présenté afin de montrer les possibilités du programme et d'expliquer les différents résultats fournis par le calcul.

MOTS CLÉS : *42 - Groupe de pieux - Programme de calcul - Calcul - Comportement - Charge - Axial - Latéral - Déplacement - Sous-sol - /Goupil.*

Les recherches théoriques et expérimentales sur ouvrages de grandeur réelle, entreprises dans les Laboratoires des Ponts et Chaussées par Baguelin *et al.* [1], [2], Bustamante et Gianeselli [5] et Frank [10] ont permis de proposer des méthodes de calcul des pieux isolés pour les sollicitations axiales et latérales.

Pour le calcul d'un pieu sous sollicitations latérales diverses, la notion de courbes de réaction, extension du modèle de Winkler, appliquée au déplacement relatif sol-pieu, permet de prendre en compte l'action de poussées parasites de sol sur le pieu. Un programme de calcul numérique, PILATE, a été développé à partir de cette analyse [10]. Le calcul des paramètres nécessaires à partir du module pressiométrique Ménard a été décrit par Baguelin *et al.* [2], Frank [10] ainsi que dans le projet de fascicule 62 [14].

Pour le calcul du tassement d'un pieu, on se sert, comme dans le cas des sollicitations latérales, de relations liant l'enfoncement du pieu, d'une part au frottement latéral mobilisé le long du pieu, et d'autre part à l'effort en pointe du pieu. L'analyse théorique développée par Frank et Zhao [12] et Frank [10] a été reprise dans le programme de calcul numérique PIVER [11]. Pour la détermination des paramètres nécessaires et le calcul de la capacité portante ultime à partir des essais pressiométriques et pénétrométriques, on se référera à Bustamante et Gianeselli [5], à Bustamante *et al.* [6] et aux règles SÉTRA-LCPC [15].

Le calcul de la réponse d'un groupe de pieux soumis à des déplacements de sol de direction quelconque et, en un point de son chevêtre, à des sollicitations tridimensionnelles, ne peut pas, en général, se ramener d'une manière simple au problème d'un pieu isolé sollicité soit axialement soit latéralement. Le fait que les pieux sont reliés en tête par un chevêtre implique que la répartition des efforts en tête de chacun des pieux est *a priori* inconnue. A cet effet, que l'on peut qualifier de structurel, s'ajoute un effet géotechnique appelé effet de groupe : les pieux sont en interaction par le biais des déplacements et des contraintes qu'ils génèrent dans le sol.

Ces problèmes font partie des actions de recherches actuelles des Laboratoires des Ponts et Chaussées. Des essais de chargements horizontaux statiques et cycliques ont été réalisés sur un groupe de six pieux

sur le site de Plancoët [13] et, afin de mieux comprendre l'importance des différents mécanismes intervenant dans le comportement d'un groupe de pieux, un programme de calcul, GOUPIL, a été développé [3, 7, 8].

L'analyse théorique utilisée dans le programme GOUPIL est l'extension au cas des groupes de pieux des analyses des programmes PIVER et PILATE. Tant pour la compression (efforts axiaux) que pour la flexion (efforts latéraux), l'interaction sol-pieu est représentée par des lois de réaction non linéaires, fonction du déplacement relatif sol-pieu. On notera que la prise en compte du déplacement relatif sol-pieu, dans le cas du comportement axial, permet de calculer la mobilisation des frottements négatifs éventuels. Dans le sol on néglige les contraintes de cisaillement dues à la torsion du pieu.

Le programme GOUPIL ne comprend pas volontairement de loi « d'effet de groupe », afin de pouvoir étudier, dans le cadre de la recherche, différentes méthodes de modélisation de cet effet. Cependant, il est possible d'en tenir compte lors de la vérification d'une fondation sur pieux, soit par déplacement de sol, soit par pondération des lois de réaction de sol au moyen de coefficients de réduction forfaitaire (voir Bourges et Frank [4] et le projet de fascicule 62 [14] pour la détermination de ces coefficients).

Le programme GOUPIL permet aussi de prendre en compte des actions de courte durée s'ajoutant à des sollicitations permanentes, conformément aux règles de vérification aux états limites des fonctions des ouvrages de génie civil exposées dans le projet de fascicule 62 [14], même dans le cas où le comportement du sol est non linéaire. En effet, dans ce cas, on ne peut plus appliquer le principe de superposition de l'élasticité ; la méthode employée dans GOUPIL est alors une résolution incrémentale.

Après avoir rappelé les hypothèses mécaniques et les possibilités du programme au niveau de la description géométrique et géotechnique du problème, la structure et la méthode de résolution sont présentées dans le cas d'une sollicitation permanente et dans le cas d'une sollicitation de courte durée. La mise en œuvre du programme est illustrée par le calcul de la réponse d'un groupe de pieux soumis à une sollicitation permanente tridimensionnelle au centre du chevêtre et à un déplacement libre de sol.

HYPOTHÈSES ET POSSIBILITÉS DU PROGRAMME DE CALCUL

Hypothèses mécaniques

L'approche mécanique est celle de la résistance des matériaux pour des poutres de faible courbure [3, 8]. En conséquence, il y a découplage entre les différents types de sollicitations élémentaires (flexion, compression, torsion). Par suite, les effets du second ordre tels que l'influence de la compression sur la réponse en flexion ne sont pas pris en compte.

Pour chacun des pieux, les équations de la résistance des matériaux sont exprimées dans un repère « local » dont le centre est la tête du pieu. Les axes de ce repère sont les axes d'inertie de la section droite du pieu et l'axe du pieu. Dans ces axes, les équations régissant le comportement mécanique d'un tronçon de pieu de longueur infinitésimale sont les suivantes, si l'on suppose que le torseur des effets de la résistance des matériaux est le torseur des efforts de droite (fig. 1) :

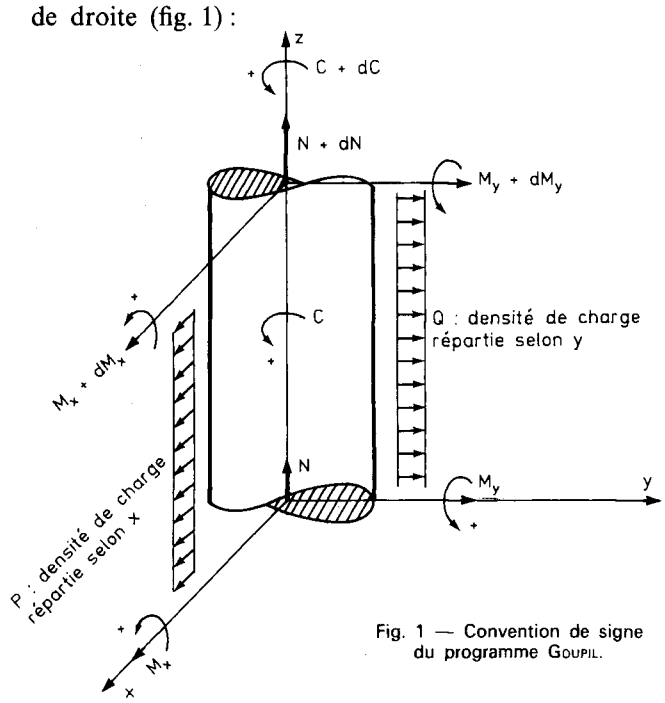


Fig. 1 — Convention de signe du programme GOUPIL.

Équilibre du tronçon élémentaire

$$\frac{dN}{dz} = -R : \quad \text{compression}$$

$$\frac{dC}{ds} = -S_c : \quad \text{torsion}$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{dM_y}{dz} &= -T_x \\ \frac{dT_x}{dz} &= -P \end{aligned}\right\} \quad \text{flexion plan } x - z$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{dM_x}{dz} &= T_y \\ \frac{dT_y}{dz} &= -Q \end{aligned}\right\} \quad \text{flexion plan } y - z$$

où :

N : effort normal à la section droite,
C : couple de torsion,
M_x : moment fléchissant autour de l'axe des x,
M_y : moment fléchissant autour de l'axe des y,
T_x : effort tranchant selon x,
T_y : effort tranchant selon y.
P : densité de charge répartie selon x,
Q : densité de charge répartie selon y,
R : densité de charge répartie selon z,
S_c : densité de couple répartie autour de l'axe z.

Comportement élastique

$\frac{dw}{dz} = \frac{N(z)}{ES}$: compression

$\frac{d\theta_z}{dz} = \frac{C(z)}{GK}$: torsion

$M_y = EI_y \frac{d\theta_y}{dz} = EI_y \frac{d^2u}{dz^2}$: flexion plan $x - z$

$M_x = EI_x \frac{d\theta_x}{dz} = EI_x \frac{d^2v}{dz^2}$: flexion plan $y - z$

où :

u : flèche dans la direction x,
v : flèche dans la direction y,
w : allongement de la fibre neutre,
θ_x : rotation de la section droite autour de l'axe x,
θ_y : rotation de la section droite autour de l'axe y,
θ_z : rotation de la section droite autour de l'axe z,
E : module d'Young,
ν : coefficient de Poisson,
G : module de cisaillement $E/2(1 + \nu)$
S : section droite
K : inertie de torsion de la section droite,
I_x : inertie autour de l'axe des x,
I_y : inertie autour de l'axe des y,

Équations différentielles de la ligne élastique

En dérivant les équations de comportement et en les combinant aux équations d'équilibre, on obtient, pour chacune des sollicitations élémentaires, les équations différentielles régissant le comportement de la ligne élastique :

$ES\frac{d^2w}{dz^2} + R = 0$: compression

$GK\frac{d^2\theta_z}{dz^2} + S_c = 0$: torsion

$EI_y\frac{d^4u}{dz^4} - P = 0$: flexion $x - z$

$EI_x\frac{d^4v}{dz^4} - Q = 0$: flexion $y - z$

Schématisation des lois de réaction du sol et pondération

Loi de réaction

On suppose que les densités de charge répartie P, Q et R sont des fonctions du déplacement relatif sol-pieu :

$$P = f_1\ (f - u)$$
$$Q = f_2\ (g - v)$$
$$R = f_3\ (h - w)$$

où f, g, h sont les trois composantes du déplacement libre de sol.

Actuellement, on suppose que la densité de couple répartie S_c est nulle ; par suite, on néglige la reprise des efforts par cisaillement du sol dus à la torsion du pieu.

Dans le programme GOUPIL, les fonctions f_i sont prises linéaires par morceaux :

$$f_i(\xi) = a_i^j + b_i^j \cdot \xi$$

avec :

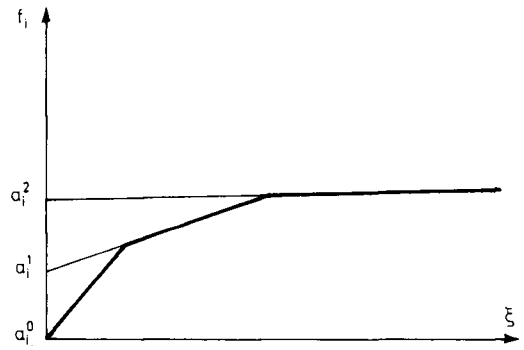


Fig. 2 — Courbe de réaction.

Avec ces hypothèses, on montre que les équations différentielles régissant le comportement pour chacune des sollicitations élémentaires ont une solution explicite.

Pondération

Chacune des courbes de réaction de sol peut être pondérées par un couple de coefficients suivant la relation :

$$(\text{pond2} \cdot p) = F\,[\text{pond1} \cdot (f - u)]$$

Géométrie des pieux

La disposition géométrique des pieux dans l'espace peut être quelconque. En particulier, les inclinaisons et les longueurs peuvent être différentes pour chacun des pieux.

Conditions aux limites en tête et en pointe des pieux

Conditions en tête

Trois conditions de liaison des pieux au chevêtre sont possibles :

— pieu encastré au chevêtre,
— pieu libre en rotation (moment d'encastrement nul),

— liaison élastique en rotation (moment d'encastrement proportionnel à la rotation relative Ω_i entre le pieu et le chevêtre),

$$M_i = \frac{\Omega_i}{f_i},\ i = x,\ y,\ z\ ;$$

f_i est la flexibilité en rotation autour de l'axe i.

Conditions en pointe

En pointe du pieu, il est possible d'imposer quatre types de conditions aux limites :

— encastrement : les six composantes du torseur des déplacements sont nulles ;
— libre : les six composantes du torseur des efforts sont nulles ;
— articulé : les trois composantes de moment du torseur des efforts et les trois composantes de déplacement du torseur des déplacements sont nulles ;
— courbe de réaction liant la composante du torseur des efforts à la composante correspondante du torseur des déplacements.

Les courbes de réaction en pointe sont définies de façon analogue aux courbes de réaction de sol (fonction linéaire par morceaux).

Principe de résolution

Le principe de résolution du problème général est basé sur la solution analytique de l'équation différentielle pour chacune des sollicitations élémentaires, grâce à une double discrétisation : d'une part une discrétisation physique en segments et couches, et d'autre part une discrétisation numérique en tronçons, où les caractéristiques mécaniques des pieux et les paramètres géotechniques sont constants dans chacune des couches et chacun des tronçons.

Discrétisation physique

Caractéristiques mécaniques des pieux

Chaque pieu est discrétisé en segment de pieu, où les caractéristiques mécaniques et géométriques sont constantes. Chaque pieu dispose de sa propre discrétisation.

Loi de réaction de sol

Pour chacune des sollicitations élémentaires (flexion, compression), on discrétise le sol en couches d'épaisseur désirée, auxquelles on affecte des lois de réaction linéaires par morceaux définies au préalable lors de l'exécution du programme. Comme pour les pieux, chaque sollicitation élémentaire a sa propre discrétisation.

Zone de pondération

On définit des ensembles de coefficients de pondération pour chacune des sollicitations élémentaires. Puis, pour chacun des pieux, on décrit des zones de pondération auxquelles on affecte les coefficients de pondération souhaités.

Prise en compte de la déformée du sol

La déformée du sol est assimilée à un polynôme de degré 3. On définit un ensemble de polynômes, puis pour chacun des pieux on affecte une déformée de sol pour chacune des zones de sol à déplacement libre définies pour le pieu considéré.

Discrétisation numérique et processus itératif

Une discrétisation numérique en tronçons de pieux d'une longueur maximale fixée est effectuée en compatibilité avec les différentes discrétisations physiques précédemment décrites.

Pour une section donnée d'un pieu et pour chacune des sollicitations élémentaires, la branche linéaire de la courbe de réaction considérée sur laquelle se situe le point d'équilibre n'est déterminée que si l'on connaît le déplacement relatif sol-pieu. Les caractéristiques mécaniques et géotechniques étant supposées constantes le long d'un tronçon, on détermine la branche linéaire en fonction du déplacement relatif moyen du haut et du bas du tronçon et on procède par itérations. On détermine les caractéristiques mécaniques tangentes ou sécantes pour cette branche et on calcule le déplacement relatif et la réaction du sol en haut et en bas du tronçon. Cela donne de nouvelles caractéristiques mécaniques et permet de calculer de nouveaux déplacements relatifs. On dit que le processus a convergé si le point correspondant à la moyenne, en haut et en bas du tronçon, des réactions de sol d'une part et des déplacements relatifs sol-pieux d'autre part, pour chaque sollicitation élémentaire, se situe sur la courbe de réaction correspondante moyennant une certaine tolérance.

Le processus de convergence dans le cas de courbes de mobilisation des efforts en pointe est similaire à celui des courbes de réaction. On se donne en pointe, pour chacune des directions où sont définies des courbes de mobilisation, une branche linéaire compatible avec un déplacement relatif sol-pieu précédemment calculé. On détermine alors des caractéristiques mécaniques tangentes ou sécantes qui vont permettre de déterminer un nouveau déplacement relatif sol-pieu et donc de nouvelles caractéristiques mécaniques. On dit que le processus itératif a convergé si le point d'équilibre effort-déplacement relatif est sur la courbe de mobilisation moyennant aussi une certaine tolérance.

STRUCTURE ET MÉTHODE DE RÉSOLUTION

Le principe de résolution exposé est fondé sur une généralisation à une sollicitation tridimensionnelle, de la notion de matrice de transfert et de vecteur d'état.

Vecteur d'état

On appelle vecteur d'état en une section droite du pieu, le vecteur :

$$V = \begin{bmatrix} D \\ \cdots \\ E \\ \cdots \\ 1 \end{bmatrix}$$

où D est le vecteur torseur des déplacements, constitué du vecteur déplacement U et du vecteur rotation θ ; D est donc un vecteur de dimension 6,

$$D = \left[\begin{array}{c|l} U & u \\ & v \\ & w \\ \hline \cdots & \cdots \\ \hline \theta & \theta_x \\ & \theta_y \\ & \theta_z \end{array}\right]$$

et E est le vecteur torseur des efforts de la résistance des matériaux défini comme le torseur de droite, torseur des actions de la partie droite sur la partie gauche, ou encore des actions du haut sur le bas sur la figure 1 ; E est aussi un vecteur de dimension 6 constitué du vecteur effort tranchant F et du vecteur moment fléchissant M :

$$E = \left[\begin{array}{c|l} F & F_x \\ & F_y \\ & F_z \\ \hline \cdots & \cdots \\ \hline M & M_x \\ & M_y \\ & M_z \end{array}\right]$$

V est un vecteur de dimension 13. La treizième composante, toujours égale à 1, est appelée composante d'homogénéité.

Matrice-transfert

On appelle matrice-transfert d'un tronçon de pieu sollicité à la flexion, à la compression et à la torsion, la matrice T liant les vecteurs d'état de chacune des deux extrémités :

$$\begin{bmatrix} D_1 \\ E_1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & \alpha \\ T_{21} & T_{22} & \beta \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} D_0 \\ E_0 \\ 1 \end{bmatrix} ;$$

$$V_1 = TV_0$$

La matrice-transfert T est de dimension 13 × 13. La dimension de chacune des sous-matrices T_i, T_j est 6 × 6. La treizième colonne, formée des sous-vecteurs α et β, de dimension 6, correspond notamment aux chargements extérieurs du tronçon de pieu. Les composantes de T sont construites à partir des solutions analytiques de chacune des sollicitations élémentaires.

De même, on peut construire la matrice-transfert de la liaison liant la tête du pieu au chevêtre.

Si le pieu a une inertie variable ou un chargement réparti variable, on le divise en tronçons de caractéristiques constantes. Pour chacun de ces tronçons, il existe une matrice-transfert liant le vecteur d'état en chacune de ses deux extrémités :

tronçon 1 : $V_1 = T_1 V_0$ (liaison pieu-chevêtre)

tronçon 2 : $V_2 = T_2 V_1$

. . . . . .

tronçon j : $V_j = T_j V_{j-1}$

. . . . . .

tronçon n : $V_n = T_n V_{n-1}$

De façon évidente, on obtient :

$$V_n = (T_n \cdot T_{n-1} \ldots T_j \ldots T_2 \cdot T_1) V_0$$

La matrice-transfert du pieu est le produit des matrices-transferts de chacun des tronçons qui la composent. Ce résultat constitue l'intérêt premier de cette méthode de calcul.

Prise en compte des conditions aux limites. Éléments de rigidité en tête d'un pieu

Les conditions aux limites envisagées en pointe d'un pieu peuvent s'exprimer sous la forme de la relation linéaire suivante :

$$A \cdot E_1 + B \cdot D_1 = C$$

où A et B sont des matrices 6 × 6 et C est un vecteur de dimension 6.

Par exemple, l'encaissement en pointe est réalisé par les conditions : A matrice nulle, B matrice unité, C vecteur nul et le pieu libre en pointe par : A matrice unité, B matrice nulle et C vecteur nul.

On montre que, moyennant ces hypothèses, en tête du pieu le torseur des efforts s'exprime linéairement en fonction du torseur des déplacements :

$$E = R \cdot D + G,$$

R et G étant respectivement la matrice de rigidité (dimension 6 × 6) et le vecteur de rigidité (dimension 6) en tête du pieu.

Les éléments de rigidité au centre du chevêtre sont alors la somme des différents éléments de rigidité de chacun des pieux, exprimés au centre du chevêtre.

Le système à résoudre pour déterminer les composantes de déplacements et d'efforts inconnues au centre du chevêtre est d'ordre 6. Une fois déterminées les composantes inconnues des torseurs de déplacement et d'effort au centre du chevêtre, on calcule les résultats intermédiaires (efforts et déplacements), en chacun des niveaux de discrétisation de tous les pieux.

Algorithme

L'algorithme de calcul du programme GOUPIL présente les trois étapes suivantes :

Étape 1, détermination des éléments de rigidité pour chaque pieu :

— calcul des matrices-transferts pour chaque tronçon élémentaire,
— calcul de la matrice-transfert totale du pieu,
— calcul des éléments de rigidité (R et G) en tête du pieu, liaison non comprise.

Étape 2, résolution au centre du chevêtre :

— pour chaque pieu, prise en compte de la liaison au chevêtre,
— détermination des éléments de rigidité au centre du chevêtre,
— résolution du vecteur d'état au centre du chevêtre (D, E),
— calcul du vecteur d'état en tête de chaque pieu.

Étape 3, résultats intermédiaires pour chaque pieu :

— calcul du vecteur d'état en bas de chaque tronçon constituant le pieu, et des réactions de sol *critère 1 de convergence sur les courbes de réaction de sol,
— calcul du vecteur d'état en pointe du pieu *critère 2 de convergence sur les courbes de réaction en pointe.

Test : Si (critère 1 et critère 2) = « vrai » : arrêt du calcul,
« faux » : retour à l'étape 1.

Sollicitations de courte durée

Dans les paragraphes précédents ont été déterminés les éléments permettant d'effectuer le calcul de la réponse d'un groupe sous une sollicitation donnée (« permanente »). A cette sollicitation, on veut ajouter une sollicitation qui va produire un incrément de réponse « de courte durée ».

Loi de comportement du pieu

Sous l'effet de la sollicitation permanente seule, en un point quelconque du pieu, l'équilibre se situe au point 0′ (σ^p, ε^p), sur la figure 3 et la loi de comportement est linéaire et de module E^p. On suppose que, sous l'effet de la sollicitation « de courte durée », la loi de comportement après le point 0′ est linéaire mais de module E^c au lieu de E^p. L'équilibre final (σ^T, ε^T) correspond aux relations suivantes :

$$\sigma^T = f(\varepsilon^T) = E^p \cdot \varepsilon^p + E^c(\varepsilon^T - \varepsilon^p).$$

Si l'on pose :

$$\varepsilon^c = \varepsilon^T - \varepsilon^p$$

$$\sigma^c = E^c \cdot \varepsilon^c,$$

alors :

$$\sigma^T = \sigma^p + \sigma^c.$$

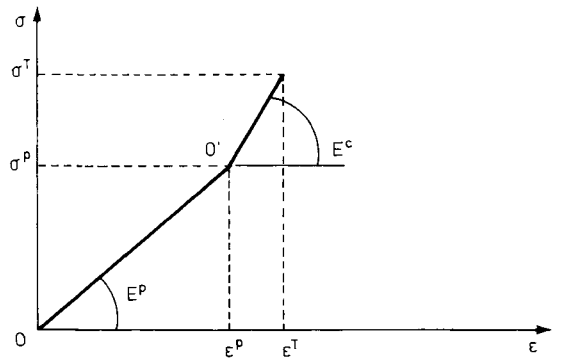


Fig. 3 — Loi de comportement du pieu.

On voit alors que l'on peut superposer, au niveau du matériau constituant le pieu, le comportement sous sollicitation « permanente » et le comportement sous sollicitation « de courte durée ». En conséquence, l'équation de comportement sous sollicitation de courte durée peut s'écrire pour chacune des sollicitations élémentaires :

— compression : $\dfrac{dw^c}{ds} = \dfrac{N^c}{E^c \cdot S}$;

E^c, module d'Young sous sollicitation de courte durée,

— torsion : $\dfrac{d\theta z^c}{ds} = \dfrac{C^c}{G^c \cdot K}$;

G^c, inertie de torsion sous sollicitation de courte durée,

— flexion : $\dfrac{d\theta^c}{ds} = \dfrac{M^c}{E^c \cdot I}$;

pour la flexion dans les plans $x - z$ ou $y - z$

Équations d'équilibre d'un tronçon sous sollicitation de courte durée

Les équations d'équilibre de la résistance des matériaux ne font pas intervenir de loi de comportement ; elles sont donc vérifiées lorsqu'on ajoute à la sollicitation « permanente » la sollicitation de « courte durée ». On examine le cas de la flexion dans le plan $x - z$; les résultats obtenus se généralisent aux autres types de sollicitations.

Les équations d'équilibre s'écrivent :

$$\frac{dT_x}{dz} + P = 0$$

$$\frac{dM_y}{dz} + T_x = 0$$

où T_x, M_y, P représentent, respectivement, l'effort tranchant et le moment fléchissant et la réaction du sol dus à la somme des sollicitations « permanente » et « de courte durée ».

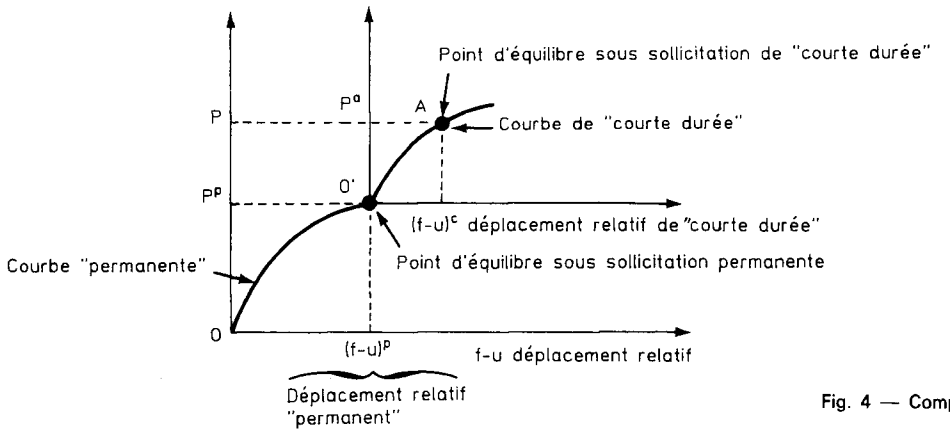


Fig. 4 — Comportement sous sollicitation permanente et de courte durée.

On peut écrire :

$$T_x = T_x^p + T_x^c$$
$$M_x = M_x^p + M_x^c$$
$$P = P^p + P^c$$

où l'indice supérieur p représente la solution sous la sollicitation permanente, l'indice supérieure c représentant l'incrément à ajouter dû à la sollicitation de courte durée. La loi de comportement du pieu s'écrit :

$$M_y = E^p \cdot I_y \cdot \frac{d^2u^p}{dz^2} + E^c \cdot I_y \cdot \frac{d^2u^c}{dz^2}$$

où u^p est la solution de la ligne élastique sous sollicitation « permanente » et u^c l'incrément à ajouter dû à la sollicitation « de courte durée ». En tenant compte des équations d'équilibre, u^p et u^c vérifient l'équation différentielle :

$$\underbrace{E^p I_y \frac{d^4u^p}{dz^4} + P^p}_{\| \; 0} + E^c \cdot I_y \cdot \frac{d^4u^c}{dz^4} + P^c = 0$$

La somme des deux premiers termes est nulle puisque u^p est la solution de l'équation différentielle due à la charge permanente seule. L'incrément de la ligne élastique dû à la sollicitation « de courte durée » vérifie donc l'équation différentielle :

$$E^c \cdot I_y \cdot \frac{d^4u^c}{dz^4} + P^c = 0$$

On remarque donc que le calcul de la réponse de la sollicitation sous courte durée peut employer le même algorithme que celui du calcul de la réponse sous sollicitation permanente, mais à condition de considérer les caractéristiques mécaniques et géotechniques vis-à-vis du comportement de courte durée.

La linéarisation de la courbe de réaction de sol « de courte durée » est représentée dans la figure 4.

Pour linéariser P^c en représentation sécante ou tangente, il faut exprimer cette linéarisation par rapport au repère d'origine 0', point d'équilibre obtenu sous la sollicitation permanente.

MISE EN ŒUVRE DU PROGRAMME

Le programme GOUPIL est écrit en FORTRAN 77 et est implanté sur l'ordinateur du centre de calcul informatique de l'INRETS. Des versions pour micro-ordinateur compatible PC et station de travail sont en cours de développement.

Entrée des données

L'entrée des données s'effectue au moyen du logiciel de construction d'un jeu de données EDIPPR. Ce logiciel permet, à partir d'un fichier « mode d'emploi », de construire de façon interactive le jeu de données en répondant aux questions posées. Il a été ainsi possible de réduire l'entrée des données en ne demandant que les données nécessaires au calcul envisagé.

De façon générale, les données sont classées en six groupes :

— groupe 1 : données générales au calcul,
— groupe 2 : données relatives aux sols,
— groupe 3 : données relatives aux pieux,
— groupe 4 : sollicitations appliquées au chevêtre,
— groupe 5 : déplacement libre de sol,
— groupe 6 : coefficients de pondération.

Sortie des résultats

Seuls les résultats intéressant le calcul envisagé sont fournis. De façon générale, les sorties sont classées en trois groupes :

— rappel des données constantes,
— résultats globaux relatifs au chevêtre,
— résultats détaillés par pieu.

Exemple

L'exemple est inspiré de celui du programme PSH 1 de la pièce 5 *bis* du document FOND 72. Il s'agit de calculer la réponse d'un groupe de pieux soumis à un chargement permanent composé d'une sollicitation tridimensionnelle au centre de son chevêtre et à des poussées latérales de sol. La description géométrique du groupe est présentée sur la figure 5.

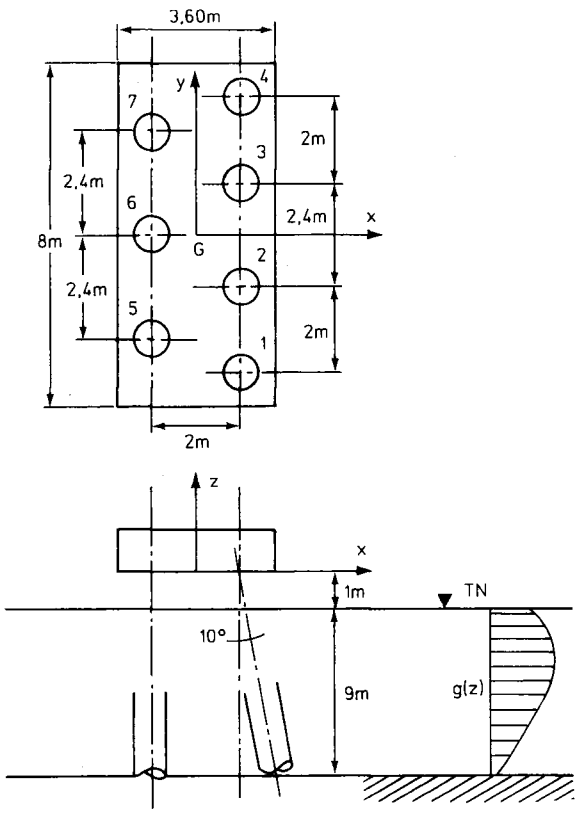


Fig. 5 — Description du groupe.

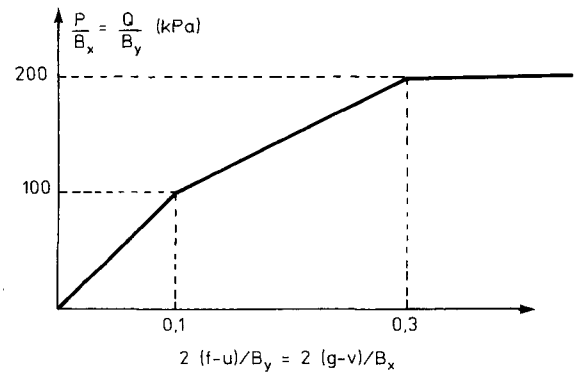


Fig. 6 — Courbe de réaction transversale.

Caractéristiques des pieux

Les sept pieux sont circulaires et de caractéristiques mécaniques identiques. Ils sont encastrés dans le chevêtre. Les caractéristiques mécaniques sont les suivantes :

— module d'Young $E = 10^8$ kPa

— inertie de flexion $I_x = I_y = 0{,}04909\ m^{-4}$

— largeur frontale $B_x = B_y = 1$ m

— section droite $S = 0{,}7854\ m^2$ $(\pi B^2/4)$

— surface latérale unitaire $SL = 3{,}142\ m^2$ (πB)

Les sept pieux s'arrêtent à la même profondeur. Par suite, les longueurs sont les suivantes :

— pieu n^{os} 1 à 4 : 10,154 m,

— pieu n^{os} 5 à 7 : 10 m.

Caractéristiques du sol ; courbes de réaction en pointe

On suppose que tous les pieux sont dans le même sol, modélisé par une couche dont les caractéristiques mécaniques sont données sur la figure 6. On suppose que le sol ne mobilise pas de frottement latéral.

Pour chacun des pieux, les courbes de mobilisation en pointe liant le moment fléchissant à la rotation et l'effort tranchant au déplacement sont données sur la figure 7.

Les pieux étant circulaires, on suppose que les courbes de mobilisation sont identiques pour la flexion dans la direction x et la flexion dans la direction y.

Vis-à-vis de la compression, les pieux sont considérés comme encastrés en pointe.

Sollicitations sur le groupe de pieux

Le groupe de pieux est soumis à une sollicitation tridimensionnelle au centre du chevêtre (décrite sur

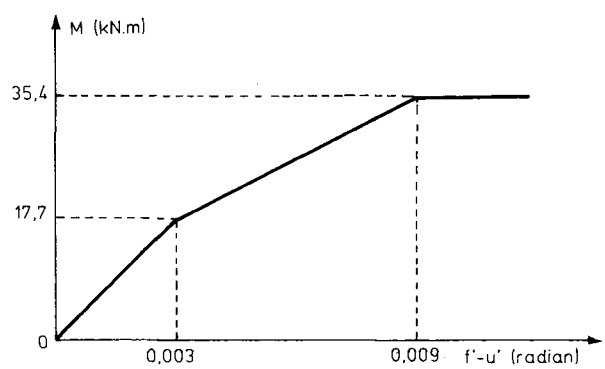
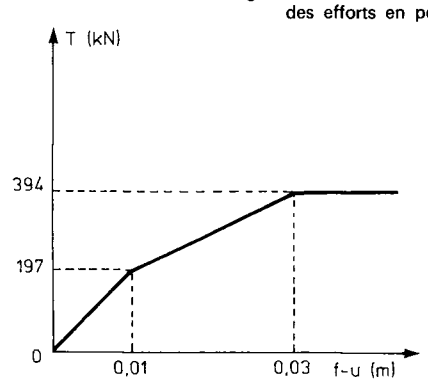


Fig. 7 — Courbes de mobilisation des efforts en pointe.



la figure 8) et à un déplacement libre du sol sur toute la hauteur de la couche d'équation :

$$f(Z)=0{,}146-0{,}355\cdot10^{-1}\cdot Z-0{,}6514\cdot10^{-2}\cdot Z^2 -0{,}2118\cdot10^{-3}\cdot Z^3$$

$$g(Z)=h(Z)=0.$$

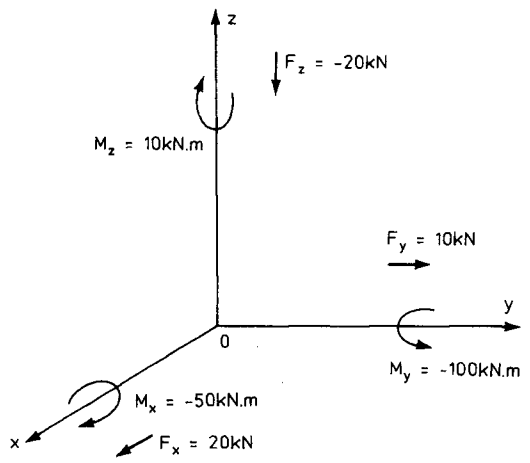


Fig. 8 — Chargement du chevêtre.

Pondération

Pour chacun des pieux, on effectue sur les courbes de réaction transversale les pondérations présentées dans le tableau I. Les pondérations sont différentes pour la flexion dans les plans $x - z$ et $y - z$ du repère local de chacun des pieux. Cette pondération n'a pas de signification physique particulière et n'est mise que pour montrer les possibilités du programme.

TABLEAU I

Coefficient de pondération

Numéro de pieu	Flexion $x - z$		Flexion $y - z$	
	Pond1	Pond2	Pond1	Pond2
1	1	1	1	1
2	0,9	0,9	0,8	0,8
3	0,8	0,8	0,9	0,9
4	0,7	0,7	0,8	0,6
5	0,6	0,8	0,7	0,7
6	0,6	0,7	0,8	0,9
7	0,9	0,6	0,8	0,9

Résultats

La convergence est obtenue à la quatrième itération. Le processus itératif étant tangent et les lois de réaction linéaires, la convergence s'effectue avec une précision égale à zéro.

On rappelle ci-contre le chargement et les résultats relatifs au chevêtre.

Sollicitation du chevêtre :

force $X = 0{,}2000\,E + 02$
force $Y = 0{,}1000\,E + 02$
force $Z = 0{,}2000\,E + 02$
moment $X = 0{,}5000\,E + 02$
moment $Y = 0{,}1000\,E + 03$
moment $Z = 0{,}1000\,E + 02$

Convergence obtenue à itération 4, avec une précision de $0.0000\,E + 00$

vecteur d'état au point 0 :

$(0{,}0000\,E\,00,\quad 0{,}0000\,E+00,\quad 0{,}0000\,E+00)$
$u=0{,}1007\,E+00,\quad v=0{,}8909\,E-04,$
$w=0{,}3498\,E-02$
$Ox=0{,}3984\,E-05,\quad Oy=0{,}3192\,E-02,$
$Oz=0{,}2576\,E-04$
$fx=0{,}2000\,E+02,\quad fy=0{,}1000\,E+02,$
$fx=0{,}2000\,E+02$
$mx=0{,}5000\,\mathrm{E}+02,\quad my=0{,}1000\,E+03,$
$mz=0{,}1000\,E+02$

Pour le pieu 1, les profils du déplacement transversal u et du moment fléchissant M_y correspondant à la direction de chargement la plus importante sont donnés sur les figures 9 et 10. Ces profils sont donnés par rapport au repère local du pieu, dont l'axe des z est l'axe du pieu, en conséquence incliné de 10° par rapport à l'axe vertical (fig. 5).

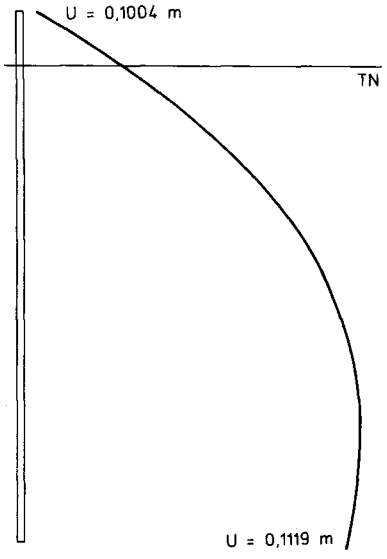


Fig. 9
Profil des déplacements *U*.
Pieu n° 1.

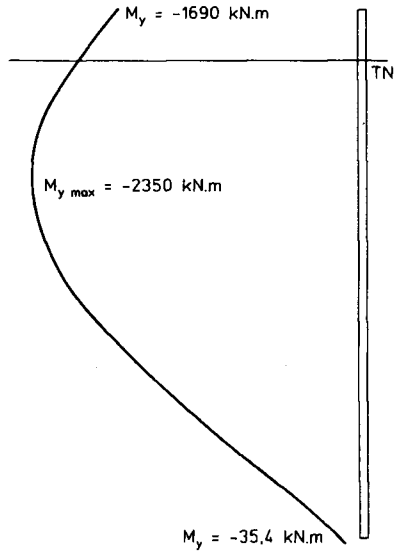


Fig. 10
Profil des moments fléchissants *My*.
Pieu n° 1.

CONCLUSION

La mise au point du programme GOUPIL est une étape importante pour l'étude et l'interprétation des essais de groupes de pieux. Ceci devrait conduire à la formulation dans le programme de relations prenant en compte l'effet de groupe.

Dans la pratique courante, c'est-à-dire le dimensionnement et la vérification de fondations sur pieux, le programme GOUPIL n'est pas un outil de prédimensionnement. Cette phase préalable du dimensionnement nécessite une réflexion où la connaissance et l'expérience du géotechnicien sont indispensables. L'intérêt de GOUPIL se situe dans les phases de vérification des différentes solutions et dans leur optimisation. Son domaine d'application couvre aussi bien les fondations sur pieux d'ouvrages tels que les bâtiments et les ouvrages d'art, que les fondations d'ouvrages maritimes : quais, ducs d'albe...

La possibilité d'ajouter à un chargement permanent un chargement de courte durée, et d'obtenir la réponse d'un groupe de pieux même dans le cas où le comportement du sol est non linéaire, permet la vérification rigoureuse du dimensionnement des fondations sur pieux, conformément aux règles des états limites.

Afin que GOUPIL puisse être utilisé plus aisément, l'effort est actuellement mis sur l'élaboration de préprocesseurs d'entrée, notamment pour la détermination des courbes de réaction à partir des essais pressiométriques, et de postprocesseurs graphiques écrits en GKS.

Si un calcul GOUPIL peut être envisagé sur un compatible PC AT (l'exemple présenté nécessite 5 minutes de temps de calcul sur un Logabax P 1800 équipé d'un coprocesseur arithmétique), l'univers de prédilection pour le programme GOUPIL est celui des stations de travail, dont la puissance de calcul et de traitement graphique permet d'envisager la conception assistée par ordinateur d'une fondation sur pieux.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

[1] BAGUELIN F., FRANK R., GUÉGAN Y. (1976), Calcul sur ordinateur des pieux sollicités horizontalement ou subissant des poussées parasites, *Bull. liaison Labo. P. et Ch.* **84,** juil.-août, pp. 113-120.

[2] BAGUELIN F., JÉZÉQUEL J.-F., SHIELDS D.-H. (1976), The pressuremeter and foundation engineering, *Trans. Tech. Publications*, Clausthal, RFA, 617 p.

[3] BANGRATZ J.-L. (1982), *Calcul élastique non linéaire d'un groupe de pieux*, CR rech. du LR de l'Est-parisien, févr.

[4] BOURGES F., FRANK R. (1989), Fondations profondes, *Les techniques de l'ingénieur*, réf. C **248-249.**

[5] BUSTAMANTE M., GIANESELLI L. (1981), Prévision de la capacité portante des pieux isolés sous charge verticale, règles pressiométriques et pénétrométriques, *Bull. liaison Labo. P. et Ch.* **113,** mai-juin, pp. 83-108.

[6] BUSTAMANTE M., FRANK R., GIANESELLI L. (1989), *Prévision de la courbe de chargement des fondations profondes isolées*, XII[e] Congr. Inter. de Mécanique des Sols et des Travaux de Fondations, août, Rio de Janeiro, Brésil.

[7] DEGNY E. (1987), *Calcul des groupes de pieux, notice d'utilisation du programme Goupil*, Rapp. de la Division Géotechnique Mécanique des sols, mai.

[8] DEGNY E. (1988), *Calcul des groupes de pieux, notice théorique du programme Goupil*, Rapp. de la Division Géotechnique Mécanique des sols, déc.

[9] FOND 72-Additif (1976), pièce 5 *bis* 2 : *Fondations courantes d'ouvrages, programme de calcul PSH* 1, LCPC-SÉTRA, ministère de l'Aménagement du territoire, de l'Équipement, du Logement et du Tourisme, oct.

[10] FRANK R. (1984), Études théoriques de fondations profondes et d'essais en place par autoforage dans les LPC et résultats pratiques (1972-1983), *Rapp. rech. LPC* **128,** juin, 95 p.

[11] FRANK R. (1989), Les méthodes et modèles de calcul des déformations des sols mous et leurs vérifications expérimentale, *Symposium franco-soviétique, Moscou*, avr., pp. 105-114.

[12] FRANK R., ZHAO S.-R. (1982), Estimation par les paramètres pressiométriques de l'enfoncement sous charge axiale de pieux forés dans des sols fins, *Bull. liaison Labo. P. et Ch.* **119,** mai-juin, pp. 17-24.

[13] JÉZÉQUEL J.-F. (1984), *Groupes de six pieux à Plancoët* 1983, CR rech. du LR de Saint-Brieuc.

[14] *Projet de fascicule* **62,** titre V : règles techniques de conception et de calcul des fondations des ouvrages de génie civil, Cahier des Clauses Techniques Générales.

[15] SÉTRA-LCPC (1985), *Règles de justification des fondations sur pieux à partir des essais pressiométriques*, ministère de l'Urbanisme, du Logement et des Transports, Direction des Routes, oct.

[16] ROMAGNY J.-C. (1988), *Mode d'emploi de la Bibliothèque* PROFOND, Rapp. de la Division Géotechnique Mécanique des sols.